



UDK: 338.434

*Originalan naučni rad  
Original scientific paper*

## NELINEARAN MODEL RASTA FIKSNOG KAPITALA U POLJOPRIVREDI

**Vesna D. Jablanović***Poljoprivredni fakultet - Beograd*

**Sadržaj:** Osnovni cilj ovog rada je da postavi nelinearan model rasta fiksnog kapitala u poljoprivredi. Ovaj rad sugerše zaključak o upotrebi modela rasta fiksnog kapitala radi predviđanja fluktuacija fiksnog kapitala u poljoprivredi. Model se zasniva na specificiranim vrednostima sledećih parametara:  $\gamma$  - kapitalnog koeficijenta,  $\alpha$  - stope amortizacije,  $\beta$  - prosečne sklonosti potrošnji, i početnoj vrednosti fiksnog kapitala u poljoprivredi,  $k_0$ . Ovaj model ukazuje na teškoće u predviđanju dugoročnog ponašanja fiksnog kapitala u poljoprivredi.

Nelinearan model fiksnog kapitala u poljoprivredi sadrži i haotična rešenja. Ova rešenja ukazuju na iregularno kretanje fiksnog kapitala u poljoprivredi tokom privrednog ciklusa.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent  $\pi = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta}$  igra suštinsku ulogu u objašnjenju stabilnosti fiksnog kapitala u poljoprivredi.

**Ključne reči:** *fiksni kapital, kapitalni koeficijent, amortizacija, haos.*

### UVOD

Teorija haosa se koristi da bi dokazala da se haotične fluktuacije mogu pojaviti u potpuno determinističkim modelima. Teorija haosa otkriva strukturu u aperiodičnim, dinamičkim sistemima. Brojni nelinearni modeli privrednih ciklusa koriste teoriju haosa da bi objasnile kompleksno kretanje ekonomije.

Haotični sistemi pokazuju senzitivnu zavisnost od početnih uslova: naizgled neznajne promene početnih uslova stvaraju velike razlike u outputu. To se veoma razlikuje od stabilnih dinamičkih sistema u kojima mala promena jedne varijable proizvodi malu i lako merljivu sistematsku promenu. Teorija haosa je startovala sa Lorenz-ovim (1963) otkrićem kompleksne dinamike koja se javlja u sistemu tri nelinearne diferencijalne jednačine i vodi ka turbulenciji u vremenskom sistemu. Li i Yorke (1975) su otkrili da jednostavna logistička kriva može pokazati veoma kompleksno ponašanje. Dalje, May (1976) je opisao haos u populacionoj biologiji. Teoriju haosa su u ekonomiji primenili Benhabib i Day (1981, 1982), Day (1982, 1983), Grandmont (1985), Goodwin (1990), Medio (1993), Lorenz (1993), između ostalih.

### MODEL

Iregularno kretanje društvenog proizvoda u poljoprivredi (Y) se može analizirati u formalnom okviru haotičnog modela rasta. Društveni proizvod u poljoprivredi ( $Y_t$ ) se sastoji od amortizacije ( $A_m$ ), investicija u poljoprivredi ( $I_t$ ) i neproizvodne potrošnje u poljoprivredi ( $C_t$ )

$$Y_t = A_m + I_t + C_t \quad (1)$$

Kretnja amortizacije kapitala u poljoprivredi ( $A_m$ ) je opisano sledećom jednačinom

$$A_m = \alpha K_{t-1} \quad (2)$$

$\alpha$  – stopa amortizacije,  $K_{t-1}$  kapital u poljoprivredi u periodu t-1,

Investicije u poljoprivredi ( $I$ ) znače porast kapitala ( $\Delta K$ ), tj.

$$I = \Delta K = K_t - K_{t-1} \quad (3)$$

Potrošnja u poljoprivredi, ( $C_t$ ), je proporcionalna društvenom proizvodu, ( $Y_t$ ),

$$C_t = \beta Y_t \quad (4)$$

gde je  $\beta$  prosečna sklonost potrošnji.

Supstitucijom (4), (3) i (2) u (1) dobijamo

$$Y_t = \alpha K_{t-1} + K_t - K_{t-1} + \beta Y_t \quad (5)$$

Pretpostavlja se da je prosečni kapitalni koeficijent u poljoprivredi, ( $\gamma$ ), koji pokazuje odnos između kapitala u poljoprivredi ( $K$ ) i društvenog proizvoda u poljoprivredi ( $Y$ ) konstantan

$$\gamma = K / Y \quad (6)$$

tada supstitucijom (6) u (5) i preuređenjem dobijamo diferencnu jednačinu

$$K_t = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} K_{t-1} - \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} K_{t-1}^2 \quad (7)$$

Dalje, pretpostavlja se da je tekuća vrednost kapitala u poljoprivredi, ( $K$ ), ograničena svojom maksimalnom vrednošću u vremenskoj seriji, ( $K^m$ ). Ova pretpostavka zahteva modifikaciju zakona rasta. Sada, stopa rasta kapitala u poljoprivredi, ( $k$ ), zavisi od koeficijenta  $k$ , pri čemu se  $k = K/K^m$  kreće između 0 i 1. Najzad, stopa rasta kapitala u poljoprivredi se prikazuje na sledeći način

$$k_t = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_{t-1} - \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_{t-1}^2 \quad (8)$$

Ovaj model koji je zadat jednačinom (8) se naziva logistički model. Za veći broj vrednosti parametara  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  ne postoji eksplicitno rešenje za (8). Naime, uz zadate vrednosti parametara  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  i početne vrednosti  $k_0$  ne bi bilo dovoljno da se predvidi vrednost varijable  $k_t$  što je suština prisustva haosa u determinističkim feedback - procesima. Lorenz (1963) je otkrio ovaj efekat – nedostatak predvidljivosti u determinističkim sistemima. Senzitivna zavisnost od inicijalnih uslova je jedan od suštinskih sastojaka onoga što se zove deterministički haos.

Moguće je pokazati da su iteracije logističke jednačine

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) \quad z_t \in [0,1] \quad (9)$$

ekvivalentne iteracijama modela rasta (8) kada koristimo sledeću identifikaciju

$$z_t = \alpha k_t \quad \text{and} \quad \pi = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} \quad (10)$$

Korišćenjem (9) i (7) dobijamo

$$z_{t+1} = \alpha k_{t+1} = \alpha \left[ \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_t - \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_t^2 \right] = \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_t - \frac{\alpha^2 \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_t^2$$

Sa druge strane, korišćenjem (8) i (9) dobijamo

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} \alpha k_t (1 - \alpha k_t) = \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_t - \frac{\alpha^2 \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_t^2$$

Tako, pokazali smo da su iteracije jednačine  $k_t = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_{t-1} - \frac{\alpha \gamma}{\gamma - 1 + \beta} k_{t-1}^2$

ekvivalentne iteracijama logističke jednačine,  $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$  korišćenjem  $z_t = \alpha k_t$

i  $\pi = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta}$ . To je značajno s obzirom da su dinamička svojstva logističke jednačine

(9) bila detaljno analizirana. (Li i Yorke (1975), May (1976)).

Dobijeno je da : (i) Za vrednosti parametara  $0 < \pi < 1$  sva rešenja će konvergirati ka  $z = 0$ ; (ii) Za  $1 < \pi < 3,57$  postoje fiksne tačke čiji broj zavisi od  $\pi$ ; (iii) Za  $1 < \pi < 2$  sva rešenja se monotono povećavaju ka  $z = (\pi - 1) / \pi$ ; (iv) Za  $2 < \pi < 3$  fluktuacije će konvergirati ka  $z = (\pi - 1) / \pi$ ; (v) Za  $3 < \pi < 4$  sva rešenja će neprekidno fluktuirati; (vi) Za  $3,57 < \pi < 4$  rešenje postaje »haotično« što znači da postoji potpuno aperiodično rešenje ili periodično rešenje sa veoma velikom, komplikovanom periodom. To znači da staza  $z_t$  fluktuirira na naizgled slučajan način tokom vremena, ne smirujući se u ma kakav regularan obrazac.

## ZAKLJUČAK

Ovaj rad sugerise zaključak u korist upotrebe haotičnog modela rasta fiksnog kapitala u poljoprivredi radi predviđanja fluktuacija kapitala u poljoprivredi. Model (8) se zasniva na specificiranim parametrima  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  i početnoj vrednosti kapitala u poljoprivredi,  $k_0$ .

Čak i malo odstupanje od zadatih vrednosti parametara  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$  i početne vrednosti fiksnog kapitala u poljoprivredi,  $k_0$ , pokazuje da je teško predviđati dugoročno ponašanje fiksnog kapitala u poljoprivredi.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji na koeficijent  $\pi = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta}$  ima

suštinsku ulogu u objašnjenju ekonomske stabilnosti, pri čemu je  $\alpha$  – stopa amortizacije,  $\beta$  – prosečna sklonost potrošnji,  $\gamma$  – prosečni kapitalni koeficijent.

### LITERATURA

- [1] Benhabib, J., Day, R.H. (1981): Rational Choice and Erratic Behaviour, *Review of Economic Studies* 48: 459-471.
- [2] Benhabib, J., Day, R.H. (1982): Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generation Model, *Journal of Economic Dynamics and Control* 4: 37-55.
- [3] Benhabib, J., Nishimura, K. (1985): Competitive Equilibrium Cycles, *Journal of Economic Theory* 35: 284-306.
- [4] Day, R.H. (1982): Irregular Growth Cycles, *American Economic Review* 72: 406-414.
- [5] Day, R.H. (1983): The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 98: 200-213.
- [6] Goodwin, R.M. (1990): *Chaotic Economic Dynamics*, Clarendon Press, Oxford.
- [7] Grandmont, J.M. (1985): On Endogenous Competitive Business Cycles, *Econometrica* 53: 994-1045.
- [8] Kelsey, David (1988): The Economics Of Chaos Or The Chaos Of Economics, *Oxford Economic Papers*; Mar 1988; 40, 1; ProQuest Social Science Journals.
- [9] Li, T., Yorke, J. (1975): Period Three Implies Chaos, *American Mathematical Monthly* 8: 985-992.
- [10] Lorenz, E.N. (1963): Deterministic nonperiodic flow, *Journal of Atmospheric Sciences* 20: 130-141.
- [11] Lorenz, H.W. (1993): *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, 2nd edition, Springer-Verlag, Heidelberg.
- [12] May, R.M. (1976): Mathematical Models with Very Complicated Dynamics, *Nature* 261: 459-467.
- [13] Medio, A. (1993): *Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [14] Rössler, O.E. (1976): An equation for continuous chaos, *Phys. Lett.* 57A: 397-398.
- [15] Tu, P.N.V. (1994): *Dynamical Systems*, Springer - Verlag.

### A NONLINEAR FIXED CAPITAL GROWTH MODEL IN AGRICULTURE

Vesna D. Jablanović

*Faculty of Agriculture - Belgrade*

**Abstract:** The basic aim of this paper is to set up a nonlinear fixed capital growth model in agriculture. This paper suggests conclusion for the use of the fixed capital growth model in agriculture in predicting the fluctuations of fixed capital. The model has to rely on specified parameters:  $\gamma$  - capital coefficient,  $\alpha$  - rate of depreciation,  $\beta$  - average propensity to consume, and initial value of fixed capital in agriculture  $k_0$ . This model shows the difficulty of predicting a long-term movement of fixed capital in agriculture.

The nonlinear model shows up chaotic solutions. A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient  $\pi = \frac{\gamma}{\gamma - 1 + \beta}$  plays a crucial role in explaining stability of fixed capital in agriculture.

**Key words:** *fixed capital, capital coefficient, depreciation, chaos.*