POLJOPRIVREDNA TEHNIKA
✧
Godina XXXII
Broj 4, decembar 2007.
Strane: 99 - 103

Poljoprivredni fakultet
Institut za poljoprivrednu tehniku

UDK: 330.356.2

HAOTIČNI POLJOPRIVREDNI RAST I MARGINALNI KAPITALNI KOEFICIJENT

Vesna D. Jablanović
Poljoprivredni fakultet - Beograd

Sadržaj: Teorija haosa pokušava da osvetli strukturu aperiodičnih, nepredvidivih sistema. Linearne analize koje se koriste u teoriji poljoprivrednog rasta pretpostavljaju uređenu periodičnost koja se retko dešava u poljoprivredi. U tom smislu, značajno je stvarati determinističke, nelinearne modele ekonomske dinamike koji objašnjavaju iregularno ponašanje poljoprivrede.

Deterministički haos se odnosi na iregularno ili haotično kretanje koje generišu nelinearni sistemi. Haos uključuje tri značajna principa: (i) ekstremnu senzitivnost na početne uslove; (ii) uzrok i posledica nisu proporcionalni; i (iii) nelinearnost.

Osnovni cilj ovog rada je pruži relativno jednostavan model haotičnog poljoprivrednog rasta koji ima mogućnost da generiše stabilnu ravnotežu, ciklus ili haos u zavisnosti od vrednosti parametara uključujući i vrednost marginalnog kapitalnog koeficijenta u poljoprivredi.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = \frac{k_m - 1}{k_m}$ igra ključnu ulogu u objašnjenju lokalne stabilnosti bruto domaćeg proizvoda u poljoprivredi, gde je $k_m = \Delta K / \Delta Y$, gde je: Δ - porast, K-kapital angažovan u poljoprivredi, i Y- realni bruto domaći proizvod u poljoprivredi.

Ključne reči*: realni bruto domaći proizvod u poljoprivredi, stabilnost, kapital angažovan u poljoprivredi, haos.*

UVOD

Teorija haosa se koristi da bi dokazala da se haotične fluktuacije mogu pojaviti u potpuno determinističkim modelima. Teorija haosa otkriva strukturu u aperiodičnim, dinamičkim sistemima. Brojni nelinearni modeli privrednih ciklusa koriste teoriju haosa da bi objasnile kompleksno kretanje ekonomije. Haotični sistemi pokazuju senzitivnu zavisnost od početnih uslova: naizgled neznačajne promene početnih uslova stvaraju velike razlike u outputu. To se veoma razlikuje od stabilnih dinamičkih sistema u kojima mala promena jedne varijable proizvodi malu i lako merljivu sistematsku promenu. Teorija haosa je startovala sa Lorenz-ovim (1963) otkrićem kompleksne dinamike koja se javlja u sistemu tri nelinearne diferencijalne jednačine i vodi ka turbulenciji u vremenskom sistemu. Li i Yorke (1975) su otkrili da jednostavna logistička kriva može pokazati veoma kompleksno ponašanje. Dalje, May (1976) je opisao haos u populacionoj biologiji. Teoriju haosa su u ekonomiji primenili Benhabib i Day (1981,1982), Day (1982, 1983), Grandmont (1985), Goodwin (1990), Medio (1993), Lorenz (1993), između ostalih.

MODEL

Iregularno kretanje društvenog proizvoda u poljoprivredi (Y) se može analizirati u formalnom okviru haotičnog modela rasta. Stopa rasta kapitala u poljoprivredi, $\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t}$, se povećava porastom kapitalnog koeficijenta, $k = \frac{K_t}{Y_t}$ tj.,

$$\frac{K_{t+1}-K_t}{K_t} = \alpha - \frac{Y_t}{K_t} \tag{1}$$

S obzirom da je marginalni kapitalni koeficijent, $k_m = \frac{\Delta K_t}{\Delta Y_t}$, tada supstitucijom (1)

postaje

$$k_m Y_{t*1} - k_m Y_t = \alpha K_t - Y_t \tag{2}$$

Ako je data proizvodna funkcija:

$$Y_t = K_t^{1/2} \tag{3}$$

tada preuređenjem (2) dobijamo diferencnu jednačinu:

$$Y_{t+1} = \frac{k_m - 1}{k_m} Y_t + \frac{\alpha}{k_m} Y_t^2 \tag{4}$$

Pri čemu je Y_t – bruto domaći proizvod.

Dalje, pretpostavlja se da je tekuća vrednost bruto domaćeg proizvoda u poljoprivredi, (Y), ograničena svojom maksimalnom vrednošću u vremenskoj seriji, (Y^m). Ova pretpostavka zahteva modifikaciju zakona rasta. Sada, stopa rasta bruto domaćeg proizvoda u poljoprivredi, (Y), zavisi od koeficijenta y, pri čemu se $y = Y/Y^m$ kreće između 0 i 1. Najzad, stopa rasta bruto domaćeg proizvoda u poljoprivredi se prikazuje na sledeći način

$$y_{t+1} = \frac{k_m - 1}{k_m} y_t + \frac{\alpha}{k_m} y_t^2 \tag{5}$$

Ovaj model koji je zadat jednačinom (5) se naziva logistički model. Za veći broj vrednosti parametara α i k_m ne postoji eksplicitno rešenje za (5). Naime, uz zadate vrednosti parametara α i k_m i početne vrednosti y_0 ne bi bilo dovoljno da se predvidi vrednost varijable y_t što je suština prisustva haosa u determinističkim feedback - procesima. Lorenz (1963) je otkrio ovaj efekat – nedostatak predvidljivosti u determinističkim sistemima. Senzitivna zavisnost od inicijalnih uslova je jedan od suštinskih sastojaka onoga što se zove deterministički haos.

Moguće je pokazati da su iteracije logističke jednačine

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) \qquad z_t \in [0,1] \qquad \pi \in [0,4] \tag{6}$$

ekvivalentne iteracijama modela rasta (5) kada koristimo sledeću identifikaiju

$$z_t = -\frac{\alpha}{k_m} y_t \qquad \text{i} \qquad \pi = \frac{k_{m-1}}{k_m} \tag{7}$$

Korišćenjem (7) i (5) dobijamo

$$z_{t+1} = -\frac{\alpha}{k_m - 1} y_{t+1} = -\frac{\alpha}{k_m - 1} \left[\frac{k_m - 1}{k_m} y_t + \frac{\alpha}{k_m} y_t^2 \right] = -\frac{\alpha}{k_m} y_t - \frac{\alpha^2}{k_m (k_m - 1)} y_t^2$$

Sa druge strane, korišćenjem (5) i (6) dobijamo

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) = \frac{k_{m-1}}{k_m} \left(-\frac{\alpha}{k_m - 1} y_t \right) \left(1 + \frac{\alpha}{k_m - 1} y_t \right) = -\frac{\alpha}{k_m} y_t - \frac{\alpha^2}{k_m (k_m - 1)} y_t^2$$

Tako, pokazali smo da su iteracije jednačine $y_{t+1} = \frac{k_m - 1}{k_m} y_t + \frac{\alpha}{k_m} y_t^2$ ekvivalentne iteracijama logističke jednačine, $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$ korišćenjem $z_t = -\frac{\alpha}{k_m} y_t$ i $\pi = \frac{k_{m-1}}{k_m}$ To je značajno s obzirom da su dinamička svojstva logističke jednačine (9) bila detaljno analizirana. (Li i Yorke (1975), May (1976)).

Dobijeno je da: (i) Za vrednosti parametara $0 < \pi < 1$ sva rešenja će konvergirati ka $z = 0$; (ii) Za $1 < \pi < 3,57$ postoje fiksne tačke čiji broj zavisi od π; (iii) Za $1 < \pi < 2$ sva rešenja se monotono povećavaju ka $z = (\pi - 1) / \pi$; (iv) Za $2 < \pi < 3$ fluktuacije će konvergirati ka $z = (\pi - 1) / \pi$; (v) Za $3 < \pi < 4$ sva rešenja će neprekidno fluktuirati; (vi) Za $3,57 < \pi < 4$ rešenje postaje »haotično« što znači da postoji potpuno aperiodično rešenje ili periodično rešenje sa veom velikom, komplikovanom periodom. To znači da staza z_t fluktuira na naizgled slučajan način tokom vremena, ne smirujući se u ma kakav regularan obrazac.

ZAKLJUČAK

Ovaj rad sugeriše zaključak u korist upotrebe haotičnog modela rasta bruto domaćeg proizvoda u poljoprivredi radi predviđanja fluktuacija. Model (5) se zasniva na specificiranim parametrima α i k_m i početnoj vrednosti bruto domaćeg proizvoda u poljoprivredi, y_0. Čak i malo odstupanje od zadatih vrednosti parametara α i k_m i početne vrednosti bruto domaćeg proizvoda u poljoprivredi, y_0, pokazuje da je teško predviđati njegovo dugoročno ponašanje.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji na koeficijent $\pi = \frac{k_{m-1}}{k_m}$ ima suštinsku ulogu u objašnjenju ekonomske stabilnosti, pri čemu je k_m – marginalni kapitalni koeficijent.

LITERATURA

[1] Benhabib J., Day R.H. (1981): Rational Choice and Erratic Behaviour, *Review of Economic Studies 48*: 459-471.

[2] Benhabib J., Day R.H. (1982): Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generation Model, *Journal of Economic Dynamics and Control 4:* 37-55.

[3] Benhabib J., Nishimura K. (1985): Competitive Equilibrium Cycles, *Journal of Economic Theory 35:* 284-306.

[4] Day R.H. (1982): Irregular Growth Cycles, *American Economic Review 72:* 406-414.

[5] Day R.H. (1983): The Emergence of Chaos from Classica Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics 98:* 200-213.

[6] Goodwin R.M. (1990): *Chaotic Economic Dynamics,* Clarendon Press, Oxford.

[7] Grandmont J.M. (1985): On Enodgenous Competitive Business Cycles, *Econometrica 53:* 994-1045.

[8] Kelsey, David (1988): The Economics Of Chaos Or The Chaos Of Economics, *Oxford Economic Papers;* Mar 1988; 40, 1; ProQuest Social Science Journals.

[9] Li, T., Yorke, J. (1975): Period Three Implies Chaos, *American Mathematical Monthly 8*: 985-992.

[10] Lorenz E.N. (1963): Deterministic nonperiodic flow, *Journal of Atmospheric Sciences 20:* 130-141.

[11] Lorenz H.W. (1993): *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, 2nd edition, Springer-Verlag, Heidelberg.

[12] May R.M. (1976): Mathematical Models with Very Complicated Dynamics, *Nature 261:* 459-467.

[13] Medio A. (1993): Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics, Cambridge University Press, Cambridge.

[14] Rössler O.E. (1976): An equation for continuous chaos, *Phys.Lett. 57A:*. 397-398.

[15] Tu, P.N.V. (1994): *Dynamical Systems,* Springer-Verlag.

A CHAOTIC AGRICULTURAL GROWTH AND THE MARGINAL CAPITAL COEFFICIENT

Vesna D. Jablanović

Faculty of Agriculture - Belgrade

Abstract: Chaos theory attempts to reveal structure in aperiodic, unpredictable dynamic systems. Linear analysis used in the theory of agricultural growth presumes an orderly periodicity that rarely occurs in agriculture. In this sense, it is important to construct deterministic, nonlinear economic dynamic models that elucidate irregular, unpredictable behavior of agriculture.

Deterministic chaos refers to irregular or chaotic motion that is generated by nonlinear systems. Chaos embodies three important principles: (i) extreme sensitivity to initial conditions; (ii) cause and effect are not proportional; and (iii) nonlinearity.

The basic aim of this paper is to provide a relatively simple chaotic agricultural growth model that is capable of generating stable equilibria, cycles, or chaos depending on parmeter values including the values of the marginal capital coefficient in agriculture.

A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient $\pi = \frac{k_m - 1}{k_m}$ plays a crucial role in explaining local stability of the gross domestic agricultural product, where $k_m = \Delta K/\Delta Y$, where: Δ - increase, K-capital engaged in agriculture, and Y-the real gross domestic product produced in agriculture.

Key words: *the real gross domestic product in agriculture, stability, capital engaged in agriculture, chaos.*