ЕКОНОМИКА ПОЉОПРИВРЕДЕ
Број 2/2006.
УДК: 631.56:338.312 ЕУ

НЕЛИНЕАРАН МОДЕЛ РАСТА ПРОДУКТИВНОСТИ У ПОЉОПРИВРЕДИ ЕУ

Весна Д. Јаблановић[1]

Абстракт: Основни циљеви овог рада су: прво, поставити хаотичан модел стабилности раста продуктивности у пољопривреди; и друго, анализирати локалну стабилност раста продуктивности у пољопривреди у складу са приказаним логистичким моделом раста продуктивности у пољопривреди у Европској Унији у периоду 1992-2005 (www.economgaic.com).

Овај модел указује на тешкоћу предвиђања дугорочног кретања продуктивности у пољопривреди.

Кључна претпоставка овог рада се заснива на идеји да коефицијент $\pi = 1 + \alpha$ (α означава аутономну стопу раста продуктивности у пољопривреди) има суштинску улогу у објашњењу стабилности раста продуктивности у пољопривреди .

Кључне речи: продуктивност у пољопривреди , ЕУ, стабилност, хаос.

Увод

Теорија хаоса представља скуп идеја које осветљавају структуру апериодичних, непредвидивих динамичких система. Осим тога, теорија хаотичних система указује на тешкоће предвиђања дугорочног понашања хатичних система. Мала промена једне варијабле у линеарном систему ствара малу и једноставно мерљиву промену система. Са друге стране, нелинеарни систем је сензитиван на промену иницијалних услова, односно, мала промена иницијлних услова може генерисати немерљиве промене резултата .

Основни циљеви овог рада је постављање релативно једноставног модела раста продуктивности рада у пољопривреди који има могућност да

[1] Др Весна Д. Јаблановић, Пољопривреди факултет, Универзитет у Београду, Србија и Црна Гора, Немањина 6, Београд, vesnajab@ptt.yu

генерише стабилну равнотежу , циклусе или хаос у зависности од вредности параметара модела α , β и γ.

Модел

Ирегуларно кретање продуктивности рада у пољопривреди се може анализирати у формалном оквиру хаотичног модела раста продуктивности рада.

Претпоставља се да пораст капиталног коефицијента (K/ L) утиче на раст продуктивности рада, тј.

$$\frac{P_{t+1}-P_t}{P_t}=\alpha+\beta\,\frac{K_t}{L_t} \qquad (1)$$

где је R продуктивност рада у пољопривреди, К капитал у пољопривреди, L рад у пољопривреди, α и β су параметри.

Претпоставља се да је продуктивност рада у пољопривреди

$$P_t=\frac{Y_t}{L_t} \qquad (2)$$

где је R продуктивност рада у пољопривреди, Y друштвени производ у пољопривреди, L рад у пољопривреди, док производна функција има следећи облик

$$Y_t = \gamma\, K_t \qquad (3)$$

где је Y друштвени производ у пољопривреди, К капитал у пољопривреди, γ је параметар.

Супституцијом (3) и (2) у (1) добијамо диференцну једначину

$$P_{t+1}=(1+\alpha)\,P_t+\frac{\beta}{\gamma}\,P_t^2 \qquad (4)$$

Ако је посматрана вредност продуктивности рада у пољопривреди ограничена својом највећом вредношћу у временској серији, R^m, тада је потребно модификовати закон раста. У том смислу, потребно је увести коефицијент r, при чему је $r = R/R^m$, који варира између 0 и 1. У том случају, стопа раста продуктивности у пољопривреди је

$$p_{t+1}=(1+\alpha)\,p_t+\frac{\beta}{\gamma}\,p_t^{\,2} \qquad (5)$$

Могуће је показати да је процес итерације логистичке једначине која има следећи облик

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) \qquad (6)$$

када се користи следећи спецификација

$$z_t = -\frac{\beta}{(1+\alpha)\gamma} p_t \quad \text{i} \quad \pi = (1+\alpha) \qquad (7)$$

Коришћењем (7) и (5) добијамо

$$z_{t+1} = -\frac{\beta}{(1+\alpha)\gamma} p_{t+1} = -\frac{\beta}{(1+\alpha)\gamma}\left[(1+\alpha)\, p_t + \frac{\beta}{\gamma} p_t^{\,2}\right] = -\frac{\beta}{\gamma} p_t - \frac{\beta^2}{\gamma^2(1+\alpha)} p_t^{\,2}$$

Даље, коришћењем (6) и (4) добијамо

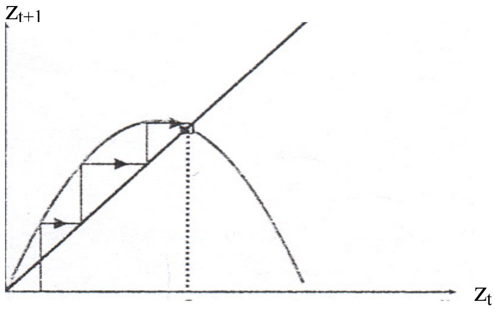
$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t) = (1+\alpha)\left(-\frac{\beta}{(1+\alpha)\gamma} p_t\right)\left(1+\frac{\beta}{(1+\alpha)\gamma} p_t\right) =$$

$$= -\frac{\beta}{\gamma} p_t - \frac{\beta^2}{\gamma^2(1+\alpha)} p_t^{\,2}$$

На тај начин је показано да су итерације модела раста продуктивности у пољопривреди $p_{t+1} = (1+\alpha)\, p_t + \frac{\beta}{\gamma} p_t^{\,2}$ једнаке итерацијама логистичке једначине $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$ ако је $z_t = -\frac{\beta}{(1+\alpha)\gamma} p_t$ и $\pi = (1+\alpha)$, што је веома значајно с обзиром да су динамичка својства логистичке једначине (6) била предмет многих анализа (Li и Yorke (1975), May (1976)).

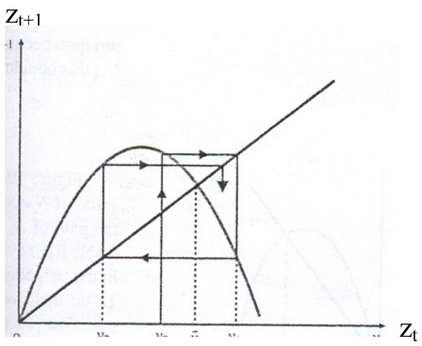
Резултати анализе показује:

- Ако су вредности параметара $0 < \pi < 1$ тада сва решења конвергирају ка $z = 0$;
- Ако је $1 < \pi < 3{,}57$ тада се јављају фикцне тачке чији број зависи од π;
- Ако је $1 < \pi < 2$ тада сва решења монотоно расту ка $z = (\pi - 1) / \pi$;
- Ако је $2 < \pi < 3$ тада ће флуктуације конвергирати ка $z = (\pi - 1) / \pi$;



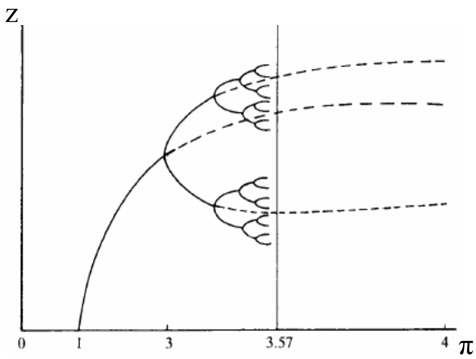
Слика 1. Ако је $2 < \pi < 3$ тада ће флуктуације конвергирати ка
$z = (\pi - 1)/\pi$

• Ако је $3 < \pi < 4$ тада ће сва решења непрекидно флуктуирати;



Слика 2. Фазни дијајграм ако је је $\pi = 3.5$

• Ако је $3{,}57 < \pi < 4$ тада решење постаје «хатично» што значи да постоје потпуно апериодична решења или периодична решења са веома великом и компликованом периодом.



Слика 3. Промена структуре скупа стабилних решења логистичке једначине (6) променом вредности параметра π.

Емпирјска анализа

Други циљ овог рада је анализа стабилности продуктивности рада у пољопривреди, шумарству, риболову и лову у дванаест земаља Европске Уније у периоду 1993-2005 године (www.economagic.com). Прво, трансформимишемо податке о продуктивности рада, R , (www.economagic.com), од 0 до 1, у складу са претпоставком да је текућа вредност продуктивности рада, R , је ограничена својом највећом вредношћу у временској серији, R^m. Даље, добијамо временску серију, $r = R/R^m$.

Даље, добијена је функција регресије:

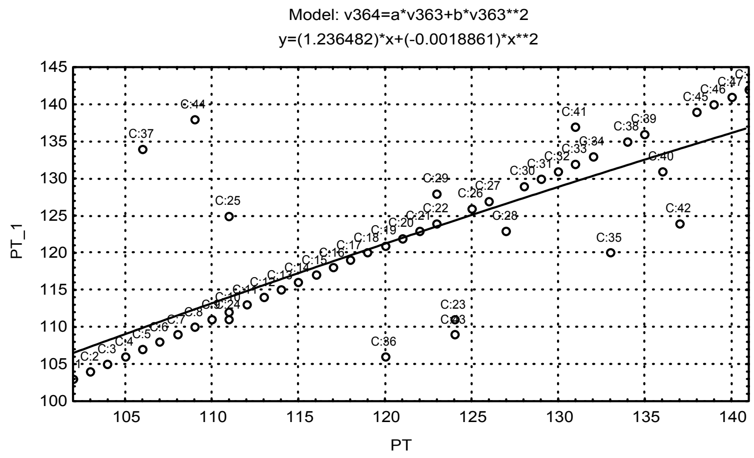
$$p_{t+1} = \pi\, p_t + \theta\, p_t^{2} \qquad (8)$$

где је π – параметар $(=1+\alpha)$, а θ – параметар $(=\dfrac{\beta}{\gamma})$.

Оцењене вредности модела 5 су приказане једначином 9 и сликом 4.

$$p_{t+1} = 1.23648\, p_t + (-\,0.00189)\;\; p_t^{\,2} \qquad (9)$$

Std. Err.	0.09814	0.00080
t(46)	12.59944	-2.36977
p-vrednost.	00000	0.02205
	R=.76156	R^2 : 57.997%



Слика 4. Оцењене вредности модела (5)

Анализа локалне стабилности раста продуктивности у пољопривреди указује да се оцењена вредност коефицијента π $(=1+\alpha)$ налази у интервалу од 0 до 2, што указује да постоји стабилно кретање продуктивности рада у пољопривреди, шумарству, рибарству и лову у дванаест земаља Европске Уније у периоду 1993-2005.

Ниска p- вредност 0.00000 је мања од 0.005 што указује да «са сигурношћу «можемо да одбацимо нулту хипотезу да је коефицијент π сигнификантно различит од нуле.

Закључак

Логистички модел раста продуктивности рада у пољопривреди (5) се користи ради предвиђања флуктуација продуктивности рада у пољопривреди тако што се специфицирају вредности параметра α , тј. аутономне стопе раста продуктивности рада у пољопривреди, параметра β, који повезује промену капиталног коефицијента и стопу раста продуктивности рада у пољопривреди, параметра производне функције , γ , као и почетна вредност продуктивности рада у пољопривреди, p_0 .Међутим, мале варијације вредности параметара α , β, γ и почетне вредности продуктивности рада у пољопривреди, p_0 , указује на тешкоће у предвиђању дугорочног кретања продуктивности рада у пољопривреди.

У оквриу хаотичног региона временска стаза продуктивности рада у пољопривреди је сензитивна на варијације вредности параметара или почетне вредности продуктивности рада у пољопривреди.

Кључна хипотеза овог рада се заснива на идеји да вредност коефицијента $\pi = (=1+\alpha)$ има суштински значај у објашњењу стабилности раста продуктивности рада у пољопривреди.

Анализа локалне стабилности раста продуктивности рада у пољопривреди у дванаест земалја Европске Уније у периоду 1993-2005. године указује да постоји стабилно кретање продуктивности рада с обзиром да се оцењена вредност коефицијента π $(=1+\alpha)$ налази у интервалу од 0 до 2.

Литература

1. Day, R.H.,(1982) Irregular Growth Cycles, *American Economic Review* 72: 406-414
2. Day, R.H. (1983) The Emergence of Chaos from Classica Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics* 98: 200-213
3. Goodwin, R.M.(1990) *Chaotic Economic Dynamics*, Clarendon Press , Oxford

4. Grandmont, J.M.(1985) On Enodgenous Competitive Business Cycles, *Econometrica* 53: 994-1045

5. Jablanovic , Vesna , (2001) *Chaotic Growth Model of Gross Domestic Product per Capita*, The Volume of Abstracts, EURO 2001 Conference, Rotterdam, The Netherlands.

6. Li, T., Yorke, J. (1975) Period Three Implies Chaos*, American Mathematical Monthly* 8: 985-992

7. Lorenz, E.N. (1963) Deterministic nonperiodic flow , *Journal of Atmospheric Sciences* 20: 130-141

8. Lorenz, H.W. (1993) *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion,* 2nd edition, Springer-Verlag, Heidelberg

9. May, R.M. (1976) Mathematical Models with Very Complicated Dynamics, *Nature* 261: 459-467

10. Peitgen, Heinz-Otto, Jürgens Hartmut, and Saupe Dietmar, (1992) *Chaos and Fractals-New Frontiers of Science,* Springer-Verlag, New York.

11. Rössler, O.E. (1976) An equation for continuous chaos, *Phys.Lett*. 57A:. 397-398

12. Tu, P.N.V. (1994) *Dynamical Systems,* Springer – Verlag

13. www.economgaic.com

UDC: 631.56:338.312 EU

A NONLINEAR GROWTH MODEL OF PRODUCTIVITY IN AGRICULTURE EU

Vesna D. Jablanovic, Ph.D.
Faculty of Agriculture, University of Belgrade,
Nemanjina 6, Beograd, vesnajab@ptt.yu

Abstract

The basic aims of this paper are: firstly, to set up a nonlinear labour productivity growth model; and secondly, and secondly, to analyze the local stability of of labour productivity in agriculture according to the presented logistic growth model in the European Union countries in the period 1993-2005 (www.economgaic.com).

A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient $\pi = 1 + \alpha$ (α means autonomous growth rate of labour productivity in agriculture) plays a crucial role in explaining labour productivity stability in agriculture.

Key words : labour productivity in agriculture , EU , stability, chaos.