



UDK: 631.4

*Originalni naučni rad
Original scientific paper*

HAOTIČNI MODEL RASTA PROFITA U PROIZVODNJI POLJOPRIVREDNIH MAŠINA

Vesna D. Jablanović*

*Univerzitet u Beogradu, Poljoprivredni fakultet, Institut za agroekonomiju
Beograd-Zemun*

Sažetak: Osnovni cilj ovog rada je prikazivanje relativno jednostavnog haotičnog modela rasta profita u proizvodnji poljoprivrednih mašina koji ima mogućnost generisanja stabilne ravnoteže, ciklusa i haosa. Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = f(a - d)$ igra značajnu ulogu u određenju lokalne stabilnosti profita u proizvodnji poljoprivrednih mašina, pri čemu je a koeficijent funkcije ukupnog prihoda, dok je d koeficijent funkcije ukupnih troškova u proizvodnji poljoprivrednih mašina. Najzad, koeficijent f pokazuje vezu između profita i totalnog output-a.

Ključne reči: *haos, profit, proizvodnja poljoprivrednih mašina*

UVOD

Teorija haosa se koristi da bi se dokazalo da se haotične fluktuacije mogu javiti u kompletno dinamičkim modelima. Haotični sistemi pokazuju senzitivnu zavisnost od početnih uslova: naizgled beznačajne promene početnih uslova proizvode velike razlike outputa. Ovo se veoma razlikuje od stabilnih dinamičkih sistema u kojima mala promena jedne varijable proizvodi malu i lako merljivu sistematičnu promenu.

Teorija haosa počinje sa Lorenz-ovim [12] otkrićem kompleksne dinamike koja se javlja od tri nelinearne diferencijalne jednačine vodeći ka turbulenciji vremena.. Li i Yorke [11] su otkrili da jednostavna logistička kriva može pokazati veoma kompleksno ponašanje. Dalje, May [14] opisuje haos u populacionoj biologiji. Teoriju haosa su, između ostalih, u ekonomiji primenili: Benhabib i Day [1-2], Day [4-5], Grandmont [7], Goodwin [6], Medio [15], Lorenz [13], Jablanovic [8-10].

* Kontakt autor. E-mail: vesnajab@ptt.rs

Rad je deo istraživanja na projektu III-46006, Održiva poljoprivreda i ruralni razvoj u funkciji ostvarivanja strateških ciljeva Republike Srbije u okviru Dunavskog regiona“.

MATERIJAL I METOD RADA

Kreiranja haotičnog modela

Ukupan prihod u preduzeću koje proizvodi poljoprivredne mašine (TR_t) može se prikazati na sledeći način:

$$TR_t = a \cdot Q_t - b \cdot Q_t^2 \quad (1)$$

gde je:

TR_t - ukupan prihod fabrike poljoprivrednih mašina,

Q_t - količina output-a,

a i b - koeficijenti.

Sa druge strane, ukupni troškovi preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine (TC_t) prikazani su na sledeći način:

$$TC_t = dQ_t + cQ_t^2 \quad (2)$$

gde je:

TC_t - ukupni troškovi fabrike poljoprivrednih mašina,

Q_t - količina output-a,

d i c - koeficijenti.

Ukupan profit (Π_t) označava razliku između ukupnih prihoda (TR_t) i ukupnih troškova (TC_t), odnosno:

$$\Pi_t = (a - d) \cdot Q_t - (b + c) \cdot Q_t^2 \quad (3)$$

Dalje, pretpostavlja se da je proizvedena količina poljoprivrednih mašina (Q_t) funkcija profita u prethodnom periodu (Π_{t-1}). Dakle:

$$Q_t = f \Pi_{t-1} \quad (4)$$

Supstitucijom (4) u (3) dobija se :

$$\Pi_t = f(a - d) \Pi_{t-1} - f^2(b + c) \Pi_{t-1}^2 \quad (5)$$

Dalje, pretpostavlja se da je tekuća vrednost profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine (Π), ograničena svojom maksimalnom vrednošću u vremenskoj seriji (Π^m). Ova pretpostavka zahteva modifikaciju zakona rasta. Uvodi se koeficijent π ($\pi = \Pi \cdot \Pi^{m-1}$) koji se kreće između 0 i 1. Uvođenjem koeficijenta π u model (5), dobijamo model rasta profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine:

$$\pi_t = f(a - d) \pi_{t-1} - f^2(b + c) \pi_{t-1}^2 \quad (6)$$

Model koji je prikazan jednačinom (6) se naziva logistički model. Za većinu izbora f , a , b , c , i d ne postoji eksplicitno rešenje za (6). Naime, poznavajući f , a , b , c i d i

mereći π_0 ne bi bilo dovoljno da se predvidi π_t za ma koju tačku vremena, kao što je ranije bilo moguće. Ovo je suština prisustva haosa u determinističkim feedback procesima. Lorenz [12] je otkrio ovaj efekat - nedostatak predvidivosti u determinističkim sistemima. Senzitivna zavisnost je jedan od centralnih elemenata determinističkog haosa.

REZULTATI ISTRAŽIVANJA I DISKUSIJA

Haotična priroda modela

Logistička jednačina se često navodi kao primer kako se kompleksno, haotično ponašanje može pojaviti na osnovu veoma jednostavne nelinearne dinamične jednačine. Ovu jednačinu je popularisao Robert May [14]. Logistički model je Pierre François Verhulst koristio kao demografski model.

Moguće je pokazati da je proces iteracije logističke jednačine :

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t), \pi \in [0,4], z_t \in [0,1] \quad (7)$$

ekvivalentan iteracijama modela rasta (6) kada se koristi sledeća identifikacija:

$$z_t = \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t \quad i \quad \pi = f(a-d) \quad (8)$$

Upotrebom (8) i (6) dobija se:

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_{t+1} = \frac{f(b+c)}{(a-d)} [f(a-d) \pi_t - f^2(b+c) \pi_t^2] = \\ &= f^2(b+c) \pi_t - \frac{f^3(b+c)^2}{(a-d)} \pi_t^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Upotrebom (6) i (7) dobija se:

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= \pi z_t (1 - z_t) = f(a-d) \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t [1 - \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t] \\ &= f^2(b+c) (a-d) \pi_{t-1} - \frac{f^3(b+c)^2}{(a-d)} \pi_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Tako se dokazalo da su iteracije logističkog modela profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine (6) identične $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$ upotrebom

$$z_t = \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t \text{ i } \pi = f(a-d). \text{ To je značajno zato što su se dinamička svojstva}$$

logističke jednačine (7) detaljno analizirala (Li i Yorke [11], May [14]).

Pokazano je da :

1. Za vrednosti parametra $0 < \pi < 1$ sva rešenja će konvergirati ka $z = 0$;
2. Za $1 < \pi < 3,57$ postoje fiksne tačke čiji broj zavisi od π ,
3. Za $1 < \pi < 2$ sva rešenja će monotono rasti ka $z = (\pi-1) \cdot \pi^{-1}$;
4. Za $2 < \pi < 3$ fluktuacije će konvergirati ka $z = (\pi-1) \cdot \pi^{-1}$;
5. Za $3 < \pi < 4$ sva rešenja će neprekidno fluktuirati ;
6. Za $3,57 < \pi < 4$ rešenje postaje »haotično« što znači da postoje potpuno aperiodično rešenje ili periodična rešenja sa veoma velikom i komplikovanom periodom. To znači da staza z_t fluktuiira na naizgled slučajan način tokom vremena.

ZAKLJUČAK

Ovaj rad sugeriše zaključak u korist upotrebe haotičnog modela rasta profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine. Model (6) se oslanja na vrednosti parametara f , a , b , c , d i početnu vrednost profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine, π_0 . Mala promena vrednosti parametara f , a , b , c , d i početne vrednosti profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine, π_0 , otežava predviđanje dugoročnog kretanja proizvodnje poljoprivrednih mašina.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = f(a-d)$ igra značajnu ulogu u određenju lokalne stabilnosti profita u proizvodnji poljoprivrednih mašina, pri čemu je:

- a - koeficijent funkcije ukupnog prihoda,
- d - koeficijent funkcije ukupnih troškova u proizvodnji poljoprivrednih mašina,
- f - koeficijent koji pokazuje vezu između profita i output-a u proizvodnji poljoprivrednih mašina.

LITERATURA

- [1] Benhabib, J., Day, R.H. 1981. Rational Choice and Erratic Behaviour. *Review of Economic Studies* 48, p.p. 459-471.
- [2] Benhabib, J., Day, R.H. 1982. Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generation Model. *Journal of Economic Dynamics and Control* 4, p.p. 37-55.
- [3] Benhabib, J., Nishimura, K. 1985. Competitive Equilibrium Cycles. *Journal of Economic Theory* 35, p.p. 284-306.
- [4] Day, R.H. 1982. Irregular Growth Cycles. *American Economic Review* 72, p.p. 406 - 414.
- [5] Day, R.H. 1983. The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* 98, 200.
- [6] Goodwin, R.M. 1990. *Chaotic Economic Dynamics*. Clarendon Press. Oxford.

- [7] Grandmont, J.M. 1985. On Endogenous Competitive Business Cycles. *Econometrica* 53, p.p. 994-1045.
- [8] Jablanovic, Vesna. 2012a. The Chaotic General Economic Equilibrium Model and Monopoly. *Asian Journal of Business Management* 4(4), p.p. 373-375.
- [9] Jablanovic, Vesna. 2012b. The Lerner Index and the Chaotic Monopoly Output Growth Model. *Asian Journal of Business and Management Sciences*, Vol. 1., No. 12, p.p. 102-106.
- [10] Jablanovic, Vesna. 2012c. The Chaotic Cost-Plus Pricing Model. *Australian Journal of Business and Management Research*, Vol. 2, No. 1, p.p. 46-50.
- [11] Li, T., Yorke, J. 1975. Period Three Implies Chaos. *American Mathematical Monthly* 8, p.p. 985 – 992.
- [12] Lorenz, E.N. 1963. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of Atmospheric Sciences* 20, p.p. 130-141.
- [13] Lorenz, H.W. 1993. *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. 2nd edition. Springer-Verlag, Heidelberg.
- [14] May, R.M. 1976. Mathematical Models with Very Complicated Dynamics. *Nature* 261, p.p. 459-467.
- [15] Medio, A. 1993. *Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics*. Cambridge University Press, Cambridge.

A CHAOTIC PROFIT GROWTH MODEL IN THE AGRICULTURAL MACHINES PRODUCTION

Vesna D. Jablanovic

*University of Belgrade, Faculty of Agriculture, Institute for Agroeconomy
Belgrade-Zemun, Republic of Serbia*

Abstract: The basic aim of this paper is to provide a relatively simple profit growth model in the agricultural machines production that is capable of generating stable equilibria, cycles, or chaos.

A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient $\pi = f(a - d)$ plays a crucial role in explaining local stability of the profit in the agricultural machines production, where a is the coefficient of the total revenue function, d is the coefficient in the total cost function in the agricultural machines production, and the coefficient f describes the relation between total output and profit.

Key words: *chaos, profit, production, agricultural machines*

Datum prijema rukopisa:	30.10.2012.
Datum prijema rukopisa sa ispravkama:	08.11.2012.
Datum prihvatanja rada:	15.11.2012.