POLJOPRIVREDNA TEHNIKA
✧
Godina XXXVI
Broj 4, decembar 2011.
Strane: 83 - 87

Poljoprivredni fakultet Institut za poljoprivrednu tehniku

UDK: 631.4

Originalni naučni rad
Original scientific paper

HAOTIČNI MODEL RASTA PROIZVODNJE POLJOPRIVREDNIH MAŠINA

Vesna D. Jablanović[*]

Univerzitet u Beogradu, Poljoprivredni fakultet-Institut za agroekonomiju, Beograd-Zemun

Sažetak: Teorija haosa, kao skup ideja, objašnjava strukturu aperiodičnih, nepredvidivih, dinamičkih sistema. Osnovni cilj ovog rada je prikazivanje relativno jednostavnog haotičnog modela rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina koji ima mogućnost generisanja stabilne ravnoteže, ciklusa i haos. Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = 1 + \alpha$ igra značaju ulogu u određenje lokalne stabilnosti proizvodnje poljoprivrednih mašina, pri čemu je α autonomna stopa rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina.

Ključne reči: *haos, proizvodnja, poljoprivredne mašine*

UVOD

Teorija haosa se koristi da bi se dokazalo da se haotične fluktuacije mogu javiti u kompletno dinamičkim modelima. Haotični sistemi pokazuju senzitivnu zavisnost od početnih uslova: naizgled beznačajne promene početnih uslova proizvode velike razlike outputa. Ovo se veoma razlikuje od stabilnih dinamičkih sistema u kojima mala promena jedne varijable proizvodi malu i lako merljivu sistematičnu promenu.

Osnovni cilj rada je postaviti haotičan model rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina i odrediti uslov stabilnosti ravnoteže modela.

[*] Kontakt autor: Vesna Jablanović, Nemanjina 6, 11080 Beograd-Zemun.
E-mail: vesnajab@ptt.rs

Rad je deo istraživanja na projektu III-46006 „Održiva poljoprivreda i ruralni razvoj u funkciji ostvarivanja strateških ciljeva Republike Srbije u okviru Dunavskog regiona“.

MATERIJAL I METOD RADA

Teorija haosa počinje sa otkrićem kompleksne dinamike [12], koja se javlja od tri nelinearne diferencijalne jednačine vodeći ka turbulenciji vremena. Pokazano je da jednostavna logistička kriva može pokazati veoma kompleksno ponašanje [11]. Dalje, opisan je haos u populacionoj biologiji [14]. Teoriju haosa ima široku primenu u ekonomiji [1] [2] [4] [5] [6] [7] [8] [9] [10] [13] [15].

REZULTATI ISTRAŽIVANJA I DISKUSIJA

Model

Stopa rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina (Y_t) zavisi od kretanja koeficijenta kapital/rad (K_t /L_t) . Odnosno:

$$\frac{Y_{t+1}-Y_t}{Y_t}=\alpha-\beta\,\frac{L_t}{K_t} \tag{1}$$

pri čemu, Y_f označava proizvodnju poljoprivrednih mašina, L_t označava rad, K_t označava kapital, α prikazuje autonomnu stopu rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina, β prikazuje uticaj promene koeficijenta kapital/rad na stopu rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina.

Dalje, pretpostavlja se sledeći oblik proizvodne funkcije:

$$Y_t = L_t^{\,½} \tag{2}$$

Najzad, kapitalni koeficijent k, predstavlja odnos između kapitala (K_t) i proizvodnje poljoprivrednih mašina (Y_t) , tj.:

$$k=\frac{K_t}{Y_t} \tag{3}$$

Supstitucijom (3) i (2) u (1) dobija se diferencna jednačina koja ima sledeći oblik:

$$Y_{t+1}=\left(1+\alpha\right)Y_t-\frac{\beta}{k}Y_t^2 \tag{4}$$

Dalje, pretpostavlja se da je tekuća vrednost proizvodnje poljoprivrednih mašina, (Y), ograničena svojom maksimalnom vrednošću u vremenskoj seriji, (Y^m). Ova pretpostavka zahteva modifikaciju zakona rasta. Sada, tekuća vrednost proizvodnje poljoprivrednih mašina, (Y), zavisi od koeficijenta y, pri čemu se $y = Y/Y^m$ kreće između 0 i 1. Najzad, stopa rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina se prikazuje na sledeći način:

$$y_{t+1}=\left(1+\alpha\right)y_t-\frac{\beta}{k}y_t^{\,2} \tag{5}$$

Model koji je prikazan jednačinom (5) se naziva logistički model. Za većinu izbora α , β i k ne postoji eksplicitno rešenje za (5). Naime, poznavajući α , β i k i mereći y_0 ne bi bilo dovoljno da se predvidi y_t za ma koju tačku vremena, kao što je ranije bilo moguće. Ovo je suština prisustva haosa u determinističkim feedback procesima. Postoji nedostatak predvidivosti u determinističkim sistemima [12]. Senzitivna zavisnost je jedan od centralnih elemenata determinističkog haosa.

Ova vrsta diferencne jednačine (5) može dovesti do veoma interesantnog dinamičkog ponašanja, kao što su ciklusi koji se ponavljaju periodično, odnosno, haos u kome ne postoji regularno ponašanje y_t. Ova diferencna jednačina (5) poseduje haotičan region koga karakteriše: prvo, kada je data početna tačka y_0, tada je rešenje veoma senzitivno na promene parametra α , β i k; drugo, kada je data vrednost parametara α , β i k, tada je rešenje veoma senzitivno na promene početne tačke y_0. U oba slučaja, ova dva rešenja su u početnim periodima veoma bliska, ali se kasnije oni ponašaju na haotičan način.

Logistička jednačina

Logistička jednačina se često navodi kao primer kako se kompleksno, haotično ponašanje može pojaviti na osnovu veoma jednostavne nelinearne dinamične jednačine [14]. Logistički model je Pierre François Verhulst koristio kao demografski model.

Moguće je pokazati da je proces iteracije logističke jednačine :

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t),\ \pi \in [0,4],\ z_t \in [0,1] \tag{6}$$

ekvivalentan iteracijama modela rasta (5) kada se koristi sledeća identifikacija:

$$z_t = \frac{\beta}{k(1+\alpha)} y_t \ i\ \pi = 1+\alpha \tag{7}$$

Upotrebom (7) i (5) dobija se :

$$z_{t+1} = \frac{\beta}{k(1+\alpha)} y_{t+1} = \frac{\beta}{k(1+\alpha)} [(1+\alpha) y_t - \left(\frac{\beta}{k}\right) y_t^2] = \frac{\beta}{k} y_t - \frac{\beta^2}{k^2(1+\alpha)} y_t^2 \tag{8}$$

Upotrebom (6) i (7) dobija se:

$$z_{t+1} = \pi z_t(1-z_t) = (1+\alpha) \frac{\beta}{k(1+\alpha)} y_t (1 - \frac{\beta}{k(1+\alpha)} y_t) = \frac{\beta}{k} y_t - \frac{\beta^2}{k^2(1+\alpha)} y_t^2 \tag{9}$$

Tako se dokazalo da su iteracije logističkog modela proizvodnje poljoprivrednih mašina (5) identične $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$ upotrebom $z_t = \frac{\beta}{k(1+\alpha)} y_t$ i $\pi = 1+\alpha$.

Ispitivanjem dinamičkih svojstva logističke jednačine [11] , [14] dokazano je da:

1. Za vrednosti parametra $0 < \pi < 1$ sva rešenja će konvergirati ka $z = 0$;
2. Za $1 < \pi < 3{,}57$ postoje fiksne tačke čiji broj zavisi od π;
3. Za $1 < \pi < 2$ sva rešenja će monotono rasti ka $z = (\pi - 1) / \pi$;
4. Za $2 < \pi < 3$ fluktuacije će konvergirati ka $z = (\pi - 1) / \pi$;
5. Za $3 < \pi < 4$ sva rešenja će neprekidno fluktuirati ;

6. Za 3,57 < π < 4 rešenje postaje »haotično« što znači da postoje potpuno aperiodično rešenje ili periodična rešenja sa veoma velikom i komplikovanom periodom. To znači da staza z_t fluktuira na naizgled slučajan način tokom vremena.

ZAKLJUČAK

Ovaj rad sugeriše zaključak u korist upotrebe haotičnog modela rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina. Model (5) se oslanja na vrednosti parametara α , β i k i početnu vrednost proizvodnje poljoprivrednih mašina, y_0. Mala promena vrednosti parametra α, β i k i početne vrednosti proizvodnje poljoprivrednih mašina, y_0, otežava predviđanje dugoročnog kretanja proizvodnje poljoprivrednih mašina.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent $\pi = 1 + \alpha$ igra značaju ulogu u određenje lokalne stabilnosti proizvodnje poljoprivrednih mašina, pri čemu je α autonomna stopa rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina.

Osnovni cilj rada je prikazivanje relativno jednostavnog haotičnog modela rasta proizvodnje poljoprivrednih mašina, koji ima mogućnost generisanja stabilne ravnoteže, ciklusa i haosa.

LITERATURA

[1] Benhabib, J., Day, R.H., 1981. *Rational Choice and Erratic Behavior,* Review of Economic Studies 48 : 459-471

[2] Benhabib, J., Day, R.H., 1982. *Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generation Model,* Journal of Economic Dynamics and Control 4: 37-55

[3] Benhabib, J., Nishimura, K., 1985. *Competitive Equilibrium Cycles,* Journal of Economic Theory 35: 284-306

[4] Day, R.H., 1982. *Irregular Growth Cycles,* American Economic Review 72: 406-414.

[5] Day, R.H., 1983. *The Emergence of Chaos from Classic Economic Growth,* Quarterly Journal of Economics 98: 200

[6] Goodwin, R.M., 1990. *Chaotic Economic Dynamics*, Clarendon Press , Oxford.

[7] Grandmont, J.M., 1985. *On Endogenous Competitive Business Cycles,* Econometrica 53: 994-1045

[8] Jablanović, Vesna, 2010. *Chaotic Population Dynamics*, Čigoja, Belgrade

[9] Jablanović, Vesna, 2011. *The Chaotic Saving Growth Model : G7,* Chinese Business Review, ISSN 1537-1506, Volume 10, Number 5, May 2011, pg, 317-327, David Publishing Company, Chicago-Libertywille, USA.

[10] Jablanović, Vesna, 2011. *The Chaotic Economic Growth Model : G7,* International Journal of Arts and Sciences, CD-ROM, ISSN: *1944-6934:4(7), 385-399, US*

[11] Li, T., Yorke, J., 1975. *Period Three Implies Chaos,* American Mathematical Monthly 8: 985-992

[12] Lorenz, E.N., 1963. *Deterministic nonperiodic flow*, Journal of Atmospheric Sciences 20*:* 130-141

[13] Lorenz, H.W., 1993. *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion,* 2nd edition, Springer-Verlag, Heidelberg

[14] May, R.M., 1976. *Mathematical Models with Very Complicated Dynamics*, Nature 261: 459-467

[15] Medio, A., 1993. *Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics*, Cambridge University Press, Cambridge.

A CHAOTIC AGRICULTURAL MACHINES PRODUCTION GROWTH MODEL

Vesna D. Jablanović

University of Belgrade, Faculty of Agriculture, Belgrade-Zemun

Abstract: Chaos theory, as a set of ideas, explains the structure in aperiodic, unpredictable dynamic systems.

The basic aim of this paper is to provide a relatively simple agricultural machines production growth model that is capable of generating stable equilibrium, cycles, or chaos.

A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient $\pi = 1 + \alpha$ plays a crucial role in explaining local stability of the agricultural machines production, where α is an autonomous growth rate of the agricultural machines production.

Key words: *chaos, production, agricultural machines*

Datum prijema rukopisa: 24.10.2011.
Datum prijema rukopisa sa ispravkama: 06.11.2011.
Datum prihvatanja rada: 07.11.2011.